

< 3 週 >線形な化学装置の動特性(教科書第 1 章)と On-Off 制御 (教科書第 5 章 p.57-58)について学ぶ。

数値的な微分方程式の解き方(近似解を得る簡単な数値積分の方法(Euler 法))

時間とともに変化する関数 $X(t)$ が微分方程式

$$\frac{dX}{dt} = f(X, t) \quad (1)$$

の形で与えられているとする。時刻 t での X の値 $X(t)$ が与えられれば、それより微小時間 Δt が経過した後の $X(t + \Delta t)$ の近似値は次の式で与えられる。

$$X(t + \Delta t) = X(t) + f(X, t)\Delta t \quad (2)$$

よって初期条件 $X(0)$ が与えられれば、適当な Δt を与えて X を次々と計算することで、 X の近似値が求まる。

演習課題(Euler 法による近似計算の例)

$$\frac{dX}{dt} = -0.1X \quad (3)$$

初期条件 $X(0) = 3$

Δt を $=1$ として、式 7 を近似計算で解いてみよう。式 3 の厳密解(微分方程式を数学的に解いたもの)と比較してみよう。

[なぜ数値解と解析解の両方が必要か?]

実際の反応器設計などでは非等温の場合や 1 次でない反応次数の場合などが頻繁に現れ、そのときは数値解でなければ設計ができない場合が多い。数値解が出せるのなら、なぜ解析解が必要であろうか? その理由は、数値解が正しく計算できたかをチェックするときに、数値解と解析解との比較が有効な手段になるからである。

Δt が小さい方が解析解と数値解の間の差が小さくなることがわかる。一方、 Δt が小さくすると、同じ t まで計算するまでに必要な計算量が増加する。したがって、 Δt の大きさは、必要とされる計算精度(どのくらいの誤差まで許容されるか)と計算量のバランスで決定される。

On-Off 制御の原理

制御量が設定値より大きい(小さいとき)操作量を OFF、小さい (大きいとき)操作量を ON にする。

- ヒーターを用いた加熱操作では操作対象の温度が設定温度より低いときに ON、対象の温度が低いときに OFF とする。
- 冷却操作では、操作対象の温度が設定温度より低いときに OFF、対象の温度が低いときに ON とする。

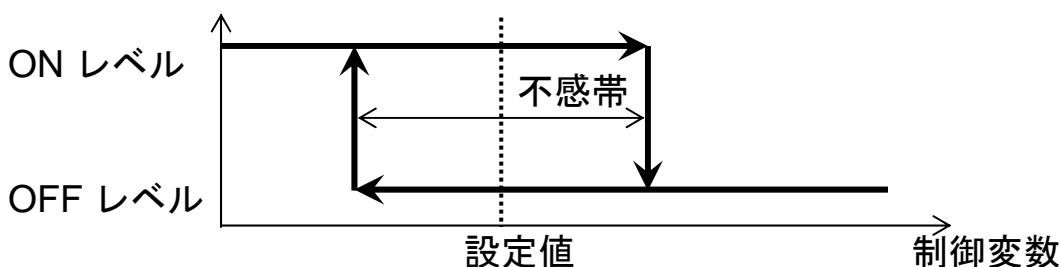


図 1 オン-オフ制御の動作(制御変数 > 設定値でオフにする場合)

不感帯とヒステリシス

例えば加熱時に温度一定に保つとき

制御量が大きくなる時設定値より少し大きくなってから ON→OFF

制御量が小さくなる時設定値より少し小さくなってから OFF→ON

制御量が ON から OFF になる時の経路と OFF から ON になる時の経路が異なるヒステリシスカーブを描かせる。

なぜ不感帯が必要か

頻繁な ON-OFF の切り替えはリレーなどの制御器に負担をかける。モーター、ヒーター、電球等の電気製品は、スイッチをオンにした瞬間に定常時に流れる電流の数倍の電流が流れる(「突入電流」と呼ぶ)ものが多い。突入電流が頻繁に流れると電線などに予想以上に負荷が多くかかる。また、リレースイッチをオンからオフにすると放電が起こり、接点付近で発熱したり、電磁的ノイズを発生させ周囲の機器に影響を与える。