< 4 週> P 制御, PI 制御について微分方程式形式で学ぶ(教科書第 5 章 p.58-71)。

ON-OFF 制御：操作量が 2 値しか取れない。制御量に変動が残る。
→より滑らかな制御をするために、操作量を連続的に可変なものを使う
→PID 制御

完全混合槽へのトレーサー供給を例にして説明する。

P 制御

操作量 m[mol/s]を設定値と現在の制御量の値の差に比例させる。

$$m=k(C_{\mathrm{obj}} - C(t)) \tag{1}$$

$$V\frac{dC}{dt} = -FC + k(C_{obj} - C) = -(F+k)C + kC_{obj} = -(F+k)\left(C - \frac{k}{(F+k)}C_{obj}\right) \tag{2}$$

k：比例ゲインと呼ばれる。
k=100/PB と表すこともある。PB は比例帯[%]と呼ばれる。

$$\frac{dC}{dt} = -\frac{(F+k)}{V}\left(C - \frac{k}{(F+k)}C_{obj}\right) \tag{3}$$

$$\left(C(t) - \frac{k}{(F+k)}C_{obj}\right) = \left(C(0) - \frac{k}{(F+k)}C_{obj}\right)exp\left(-\frac{(F+k)}{V}t\right) \tag{4}$$

P 制御の問題点：定常状態になったとき制御量は設定値になるか?定常状態で dC/dt=0 になるので、定常濃度は次式で与えられる。

$$\frac{dC}{dt} = -\frac{(F+k)}{V}\left(C - \frac{k}{(F+k)}C_{obj}\right) = 0 \tag{5}$$

$$C = \frac{k}{(F+k)}C_{obj} \tag{6}$$

制御量は設定値にならない！　制御量と設定値の差をオフセットと呼ぶ。

- 制御ループ内に時間遅れがない理想的な制御対象の場合、k を大きくするとオフセットは小さくでき、かつ応答も速くなる。
- k を大きくする問題点：制御ループ内の時間遅れがあると不安定になる。

時間遅れがある場合の計算方法を講義で解説する。

PI 制御

偏差の積分値を制御に使う。

$$m = k\left[\{C_{obj} - C(t)\} + \left(\frac{1}{T_I}\right)\int_0^t \{C_{obj} - C(t)\}dt\right] \tag{1}$$

$1/T_{\mathrm{I}}$：積分項の重み。[1/s]の単位を持つ。
T_{I}：積分項の重みの逆数。時間[s]の単位を持つ→積分時間と呼ばれる

オフセットが残らない理由：オフセットがあると

$$\int_0^t \{C_{obj} - C(t)\}dt \tag{2}$$

が時間の経過とともに大きくなるから、オフセットが残る限り m がどんどん大きくなる。

PI 制御のエクセルによる数値計算法を講義で示す。

<u>**考察課題**</u>: PI 制御で十分長い時間が経過して、オフセットがゼロ(つまり $C(t)=C_{\mathrm{obj}}$)で定常状態(つまり dC/dt=0)になったとする。このときに偏差の積分値 $\int_0^t \left\{ C_{obj} - C(t) \right\} dt$ はどうなるであろうか。完全混合槽へのトレーサー入力の場合を例にとって考えてみよう。

<u>用語解説：線形性</u>

入口濃度が $f(t)$のとき出口濃度が $F(t)$で表され、入口濃度が $g(t)$のとき出口濃度が $G(t)$で表される場合、線形なら次のことが成り立つ。

1)入口濃度が a 倍になると出口濃度が a 倍になる。

入口濃度:$af(t)$→出口濃度 $aF(t)$

2) 入口濃度が $f(t)+g(t)$なら出口濃度が $F(t)+G(t)$になる。