＜6 回>無駄時間のある系の **PID** 制御の計算法を学ぶ。(2021/10/20)

PID 制御

微分も考慮する

$$m = k\left[\left\{C_{obj} - C(t)\right\} + \left(\frac{1}{T_I}\right)\int_0^t \left\{C_{obj} - C(t)\right\}dt + T_D \frac{d\left\{C_{obj} - C(t)\right\}}{dt}\right] \tag{3}$$

T_D：微分項の重み、時間[s]の次元、微分時間

なぜ微分項を入れるか：ブレーキの役目→安定性の増大

【注意】現実的には単純な微分項を入れることは不可能。

●設定値をステップ状に切り替えるとき：$\dfrac{d\left\{C_{obj} - C(t)\right\}}{dt} = \infty$ となって計算が不可能。

●電波等のノイズが入ってくるとき：微分をする→周波数が高い信号が大きく増幅される→回路が発振して安定しなくなる　(これについては 4 年次 T1 開講の「プロセス設計」の講義で電子回路の基礎で触れる)

高周波ノイズが入った時の微分の出力：周波数 f [Hz]の信号 $x(t)$の微分を考える。

$x(t) = a\sin(2\pi ft)$ ： 振幅は a

$\dfrac{dx(t)}{dt} = 2\pi fa\cos(2\pi ft)$ ： 振幅は $2\pi fa$ で f が大きくなるほど振幅が増える

→周波数が高い信号ほど大きく増幅される

現実的な対策

設定値をゆっくり変える(微係数を小さくする)

高周波の信号をカットする→不完全微分(教科書 p.73)

PID 制御の数値計算方法の例:(t=0 では d$e(t)$/dt=0 と仮の値を入れることで $\dfrac{d\left\{C_{obj} - C(t)\right\}}{dt} = \infty$ を回避する。

t[s]	$C(t)$ [mol/m^3]	$e(t)=C_{obj}-C(t)$ [mol/m^3]	$\int_0^t e(t)dt$	d$e(t)$/dt	m [mol/s]	dC/dt [mol/(m^3・s)]
0	初期値		初期値	0(仮の値)		
Δt						
2Δt						
…						

d$e(t)$/dt=(e(t)－e(t－Δt))/Δt

無駄時間のある系

無駄時間：まったくレスポンスがない時間

無駄時間の出るケース

1)プラグフローリアクターが直列に入る(下の図)

2)理想的 1 段完全混合槽には無駄時間がないが、多段化すると無駄時間があるように見え

る。多段化の極限→プラグフロー

1)プラグフローリアクターが直列に入る場合のインパルス応答の例

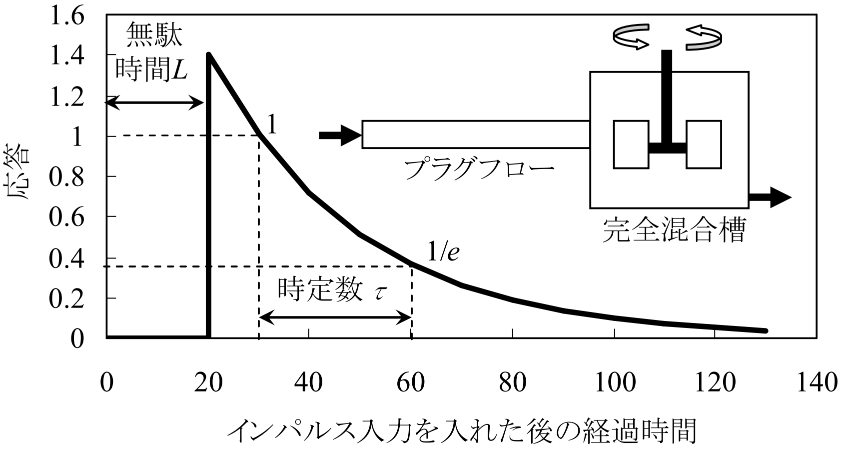

図　プラグフロー(滞留時間=無駄時間=L)と完全混合槽(平均滞留時間=時定数= τ)を直列につないだ流れへのトレーサーインパルス応答の例(縦軸は任意)．L=20,　τ=30 とした場合

2)多段完全混合槽列で無駄時間があるように見える例

一段当たりの滞留時間τの等体積 n 段完全混合槽の単位インパルス応答 g(t)

$$g(t)=\frac{t^{n-1}}{\tau^n(n-1)!}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

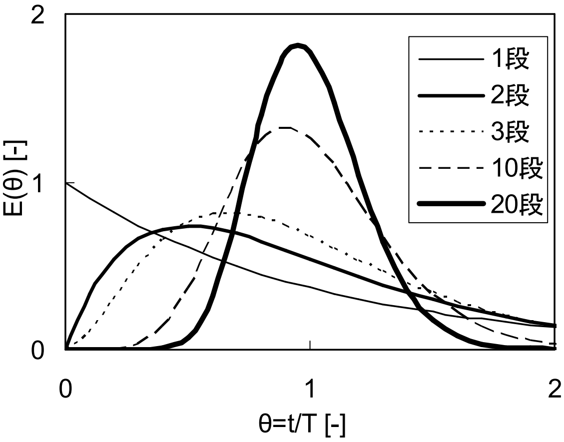

図　等体積 n 段完全混合槽の単位インパルス応答 g(θ)の例(ここで $\theta=t/(n\tau)$)

段数を増やすとむだ時間が増えてプラグフローの応答に近づいていく。

畳み込み積分の説明

単位インパルス応答=$g(t)$である線形プロセスに入力 $f(t)$を入れた場合の出力 $h(t)$を考える。$f(t)$を時間間隔Δ τ ごとのインパルス列であらわす。それぞれのインパルスは $f(\tau)\delta(t-\tau)\Delta\tau$ となる。したがって、$f(t)$はインパルス列の和として表すことができる。

$$f(t)=\sum f(\tau)\delta(t-\tau)\Delta\tau$$

それぞれの時刻 τ に入力された単位インパルス(＝ $\delta(t-\tau)$)に対する出力は $g(t-\tau)$であるので、インパルス $f(\tau)\delta(t-\tau)\ \Delta\tau$ に対する出力は $f(\tau)g(\tau)\delta(t-\tau)\ \Delta\tau$ で与えられる。よって、$f(t)$に相当するインパルス列に出力 $h(t)$は、それぞれのインパルスに対する応答の和となって、次式となる。

$$h(t)=\sum f(\tau)g(t-\tau)\Delta\tau$$

これをΔ τ を無限小にした積分形式で書き直すと次式になる。

$$h(t)=\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$$

無駄時間のある系の数値計算法

測定結果 $C_{meas}(t)$が真の値 $C(t)$より 2 秒遅れて計測器から出力される場合の例

$C_{meas}(t)$に 2 秒前の真の値 $C(t\text{-}2)$を用い、その $C_{meas}(t)$を用いて偏差 $e(t)$を計算する。この偏差 $e(t)$を使って PID 制御をする。

t[s]	真の $C(t)$ [mol/m^3]	$C_{meas}(t)$ $=C(t\text{-}2)$	$e(t)$ $=C_{obj}-C_{meas}(t)$ [mol/m^3]	$\int_0^t e(t)dt$	d$e(t)$/dt	m [mol/s]	dC/dt [mol/(m^3・s)]
-2	0						
-1	0						
0	0			0	0		
1							
2							
3							