

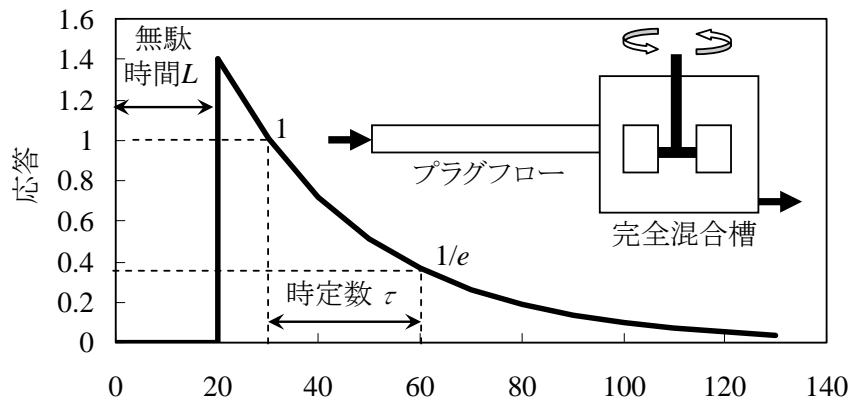
**< 6 週 > 無駄時間のある系の PID 制御の計算法を学ぶ。**

無駄時間：まったくレスポンスがない時間

無駄時間が出るケース

- 1) プラグフローリアクターが直列に入る(下の図)
- 2) 理想的 1 段完全混合槽には無駄時間がないが、多段化すると無駄時間があるように見える。多段化の極限→プラグフロー

1) プラグフローリアクターが直列に入る場合のインパルス応答の例



インパルス入力を入れた後の経過時間

図 プラグフロー(滞留時間=無駄時間=L)と完全混合槽(平均滞留時間=時定数=τ)を直列につないだ流れへのトレーサーインパルス応答の例(縦軸は任意). L=20, τ=30 とした場合

2) 多段完全混合槽列で無駄時間があるように見える例

n 段完全混合槽列モデル

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{C_{i-1} - C_i}{\tau_i} \quad (i=1,2,\dots)$$

等体積 n 段完全混合槽の単位インパルス応答 g(t)

g(t)は完全混合槽一段当たりの滞留時間τを使って次の式で与えられる.

$$g(t) = \frac{t^{n-1}}{\tau^n (n-1)!} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (1.9)$$

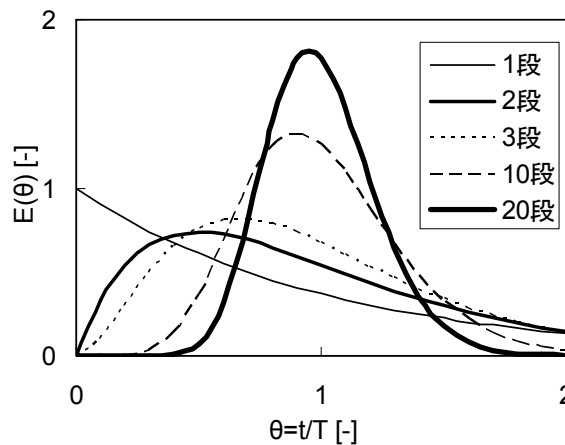


図 等体積 n 段完全混合槽の単位インパルス応答 g(θ)の例(ここで θ=t/(nτ))  
段数を増やすとむだ時間が増えてプラグフローの応答に近づいていく。

### 畳み込み積分の説明

単位インパルス応答= $g(t)$ であるプロセスに $f(t)$ を入れた場合の出力  $h(t)$

$f(t)$ を時間間隔  $\Delta \tau$  ごとのインパルス列であらわす。それぞれのインパルスは  $f(\tau)\delta(t-\tau)\Delta\tau$  となる。したがって、 $f(t)$ はインパルス列の和として表すことができる。

$$f(t) = \sum f(\tau)\delta(t-\tau)\Delta\tau$$

それぞれの時刻  $\tau$  に入力された単位インパルス( $= \delta(t-\tau)$ )に対する出力は  $g(t-\tau)$ であるので、インパルス  $f(\tau)\delta(t-\tau)\Delta\tau$  に対する出力は  $f(\tau)g(t-\tau)\Delta\tau$  で与えられる。よって、 $f(t)$ に相当するインパルス列に出力  $h(t)$ は、それぞれのインパルスに対する応答の和となって、次式となる。

$$h(t) = \sum f(\tau)g(t-\tau)\Delta\tau$$

これを  $\Delta \tau$  を無限小にした積分形式で書き直すと次式になる。

$$h(t) = \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$$

### 無駄時間のある系の数値計算法

測定結果  $C_{\text{meas}}(t)$ が真の値  $C(t)$ より 2 秒遅れて計測器から出力される場合の例

$C_{\text{meas}}(t)$ に 2 秒前の真の値  $C(t-2)$ を用い、その  $C_{\text{meas}}(t)$ を用いて偏差  $e(t)$ を計算する。この偏差  $e(t)$ を使って PID 制御をする。

$t[s]$	真の $C(t)$ [mol/m <sup>3</sup> ]	$C_{\text{meas}}(t)$ = $C(t-2)$	$e(t)$ = $C_{\text{obj}} - C_{\text{meas}}(t)$ [mol/m <sup>3</sup> ]	$\int_0^t e(t)dt$	$de(t)/dt$	$m$ [mol/s]	$dC/dt$ [mol/(m <sup>3</sup> ·s)]
-2	0						
-1	0						
0	0			0	0		
1							
2							
3							

